



FORSCHUNGSAUFTTRAG 1

Klassenstufe:	10
Fach:	Mathematik
Themenbereich:	Trigonometrie
Bekannt:	Sinus, Cosinus
Zu Untersuchen:	Einheitskreis
Zeitaufwand:	30 Minuten
Werkzeuge :	GeoGebra
Untersucht von:	Beispiellösung
Einreichung bis:	31.07.2020

Unsichere Informationsquellen belegen, dass die gängigen Berechnungshilfen **Sinus** und **Cosinus** aus dem Feld der Dreiecksgeometrie große unentdeckte Potenziale bieten. Es wird gemunkelt, dass ein gewisser Zusammenhang zu einem bislang noch unbekannten Objekt besteht: Dem **Einheitskreis**.

Die zentrale Pre-Explorationseinheit des *Faszimathischen Instituts für Unentdecktes* hat im Folgenden einige offene Punkte zusammengetragen und hofft auf Ihre Unterstützung. Beachten Sie bitte das Einreichungsdatum. Die Ergebnisse der einzelnen Forschungsteams werden im Anschluss in der nächsten gemeinsamen Wissenschaftskonferenz besprochen und verglichen. Wir hoffen auf eine gute Zusammenarbeit und größtmöglichstes Bemühen seitens aller Wissenschaftler!



Hinweis: Verwenden Sie für Ihre Untersuchungen folgendes GeoGebra-Modul:

<https://www.geogebra.org/m/ysgzwVFM>

I. Beschaffenheit des Einheitskreises

Der Einheitskreis hat den Mittelpunkt $(0 | 0)$ und Radius 1

Dreieckspunkt A liegt immer auf der Kreislinie.

Die Hypotenuse jedes Dreiecks ist Radius des Kreises.

Der Dreieckspunkt B befindet sich immer auf der x-Achse.

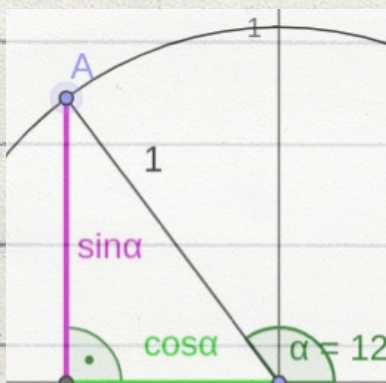
Der Winkel bei Punkt B ist stets ein rechter Winkel.

Die Längen der beiden Katheten sind abhängig von Winkel alpha.

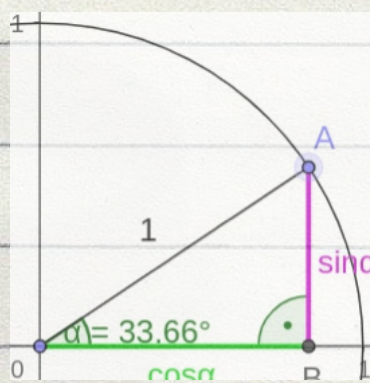
II. Beispiel-Exemplare von Dreiecken

Fügen Sie hier 4 Screenshots von je einem Dreieck pro Quadrant ein. Wann sind $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ positiv und wann negativ?

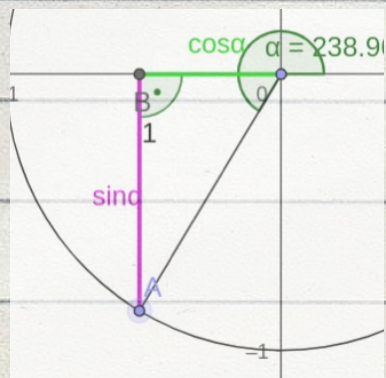
Zweiter Quadrant:



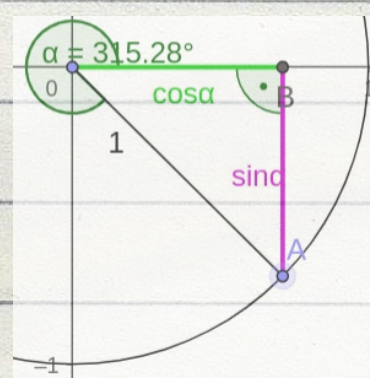
Erster Quadrant:



Dritter Quadrant:



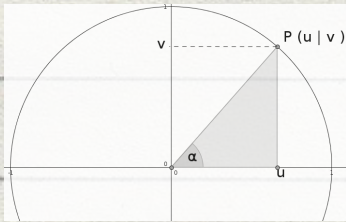
Vierter Quadrant:



Der Sinuswert ist negativ in Quadrant 3 und 4 und positiv in Quadrant 1 und 2.

Der Cosinuswert ist negativ in Quadrant 2 und 3 und positiv in Quadrant 1 und 4.

III. Allgemeine Formel für Sinus und Cosinus im Einheitskreis

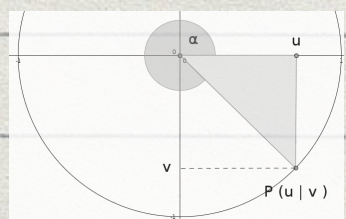
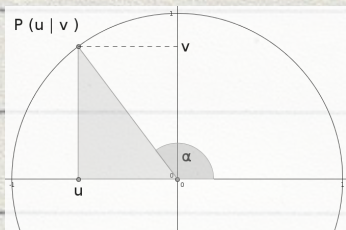


Übertragen Sie Ihre Erkenntnisse für den allgemeinen Punkt $P(u|v)$ auf dem Einheitskreis.

Für den Winkel α gilt:

$$\sin \alpha = v / 1 = v$$

$$\cos \alpha = u / 1 = u$$



Der Winkel α wird hierbei immer gegen den Uhrzeigersinn zwischen der positiven x-Achse und der Strecke zwischen dem Mittelpunkt und P abgetragen.

IV. Sinus, Cosinus und die Darstellung von Drehungen

Beschreiben Sie die Bewegung, die der Punkt P mit größer werdendem Winkel α verrichtet:

Der Punkt P vollzieht eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn um den Koordinatenursprung (= Mittelpunkt des Einheitskreises) entlang der Kreislinie des Einheitskreises. Die Bewegung ist stetig und gleichmäßig.

V. Winkel kleiner 0 und größer 360 Grad

Formulieren Sie eine Hypothese, was bei Winkeln kleiner 0 und größer 360 Grad passiert:

Die Werte für Sinus und Cosinus wiederhole sich immer in gleichen Abschnitten. Der Vorgang ist also periodisch.