

AB04: Windschiefe Geraden

Abstand zweier windschiefer Geraden bestimmen

Aufgabe 1:

Öffne die Seite <https://www.geogebra.org/m/pshekKZX>.

Aufgabe 2:

Verschiebe den Punkt A auf der Geraden g und lies ab, bei welchem Winkel der Abstand d minimal wird.

Aufgabe 3:

Lies Dir den Kasten durch und überlege Dir, wie die Bedingungen (i) und (ii) mit Deinen Erkenntnissen aus Aufgabe 2 zusammenhängen.

I Abstand windschiefer Geraden bestimmen

Gegeben: Zwei Geraden g und h

Gesucht: Abstand von g zu h

Lösung:

Sind g, h durch die Gleichungen $g: \vec{x} = \vec{p} + s * \vec{u}$ und $h: \vec{x} = \vec{q} + t * \vec{v}$ gegeben und G, H Punkte auf den Geraden g bzw. h , die die folgenden Eigenschaften erfüllen:

(i) $\overrightarrow{GH} * \vec{u} = 0$ und

(ii) $\overrightarrow{GH} * \vec{v} = 0$.

Dann ist $|\overrightarrow{GH}|$ der Abstand von g zu h .

Aufgabe 4:

Wir bezeichnen mit G_s und H_t die Mengen von Punkten auf den Geraden g und h . Für

die Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ sind dies

$G_s(-s|1+s|2)$ und $H_t(3-t|-2-2t|2+2t)$.

Bestimme die Punkte G in G_s und H in H_t , sodass die Bedingungen (i) und (ii) erfüllt sind. Wie groß ist der Abstand von g zu h ?

Lösungsvideo: <https://www.youtube.com/watch?v=WgVuPrVCsis>

π MATHEMATISCH KORREKTES MATHEMATIK-WORKOUT NR. 3 π

Aufgabe 5:

Berechne den Abstand der windschiefen Geraden g und h.

$$(a) \ g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}; \ h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

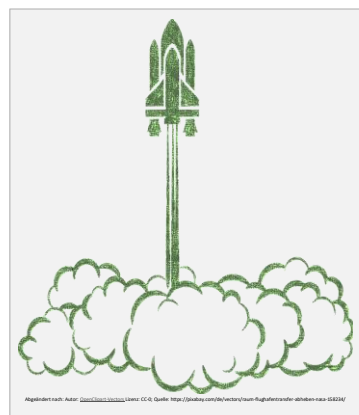
$$(b) \ g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \ h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6:

-> Längeneinheit Meter

Da Waldi seine Freundin Kunigunde nicht besuchen kann, möchte er sich jetzt mit seinem Kumpel Hans-Peter im Stadtpark treffen. Sein Jetpack stellt er so ein, dass es auf

der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ fliegt.



Auf dem Weg dorthin befindet sich eine Space-Shuttle Linie zum Mars, die mit der

Geraden $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ beschrieben wird. Zu dieser Linie muss er mindestens

100m Abstand halten. Hält Waldi den Abstand ein?

Aufgabe 7:

Waldi befindet sich auf dem Weg zum Stadtpark als ihm Hans-Peter ein Fax schickt, indem er erklärt, dass er doch keine Zeit hat. Aktuell befindet er sich auf der Geraden g. Eine ruhige Strecke zu seinem Zuhause wird durch die Gerade h

beschrieben. Bestimme die Punkte G auf $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und H auf

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$, sodass GH die kürzeste Verbindungsstrecke zwischen den

beiden Geraden ist.