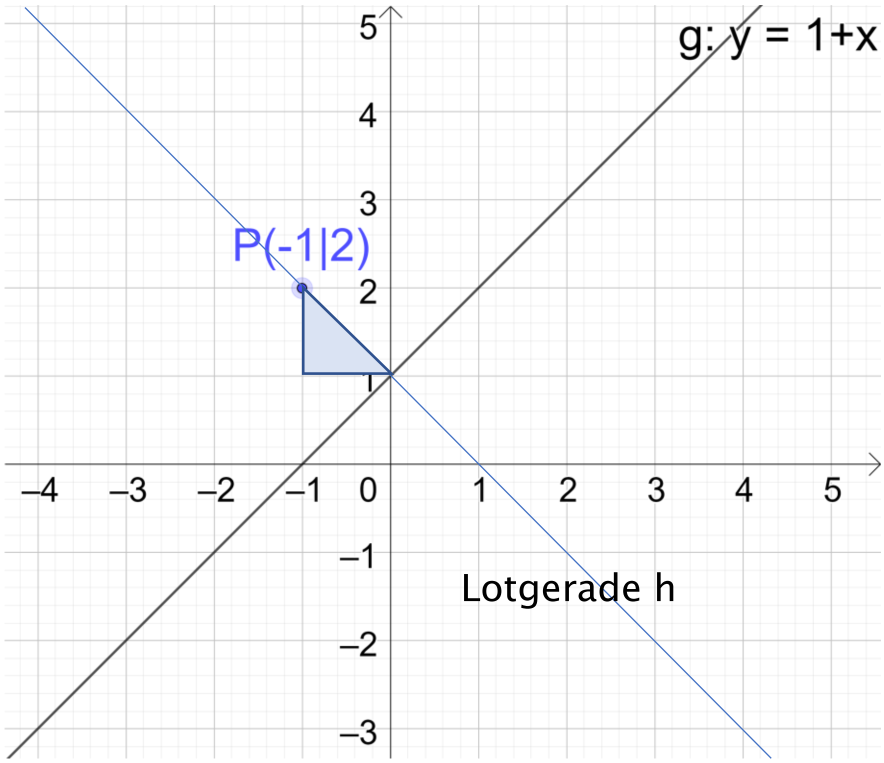
AB02: Das Lotfußpunktverfahren – Lösungen

Abstand eines Punktes von einer Ebene bestimmen

Aufgabe 4 & 5:



$$d(g,P) = \sqrt{1^2 + 1^2 = \sqrt{2}}$$

Aufgabe 6:

Die Lotgerade einer Ebene muss **orthogonal** zur Ebene sein.

Da der **Normalenvektor** der Ebene orthogonal zu dieser ausgerichtet ist, kann dieser als Richtungsvektor für die Lotgerade verwendet werden.

Aufgabe 9:

> ***!*** ***Das Lotfußpunktverfahren***
>
> Gegeben: Eine Ebene *E* und ein Punkt *P*
>
> *Gesucht:* Abstand *d* von *P* zu *E*
>
> *Lösungsschritte:*

1.	Lotgerade konstruieren
2.	Lotfußpunkt F bestimmen
3.	Abstand zwischen P und F bestimmen, d.h. $\lvert\overrightarrow{PF}\rvert$ berechnen

π MATHEMATISCH KORREKTES MATHEMATIK-WORKOUT NR. 3 π

Aufgabe 10:

Gegeben sind die Ebene $E: 2\,x_1 + 4\,x_2 + 6\,x_3 = 2$ und der Punkt *P(-1/3/4).*

(a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$

Einsetzen in die Ebenengleichung liefert $r = -\frac{1}{2}$.

$$\boldsymbol{F(-2|1|1)}$$

(b) $\boldsymbol{d(E,P) = \sqrt{14}}$

Aufgabe 11:

Gegeben sind die Ebene $E: 4\,x_2 + 3\,x_3 = 53$ und der Punkt *P(3/-3/5).*

(a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Einsetzen in die Ebenengleichung liefert $r = 2$.

$$\boldsymbol{F(3|5|11)}$$

(b) $\boldsymbol{d(E,P) = 10}$

Aufgabe 12:

Lösungsvideo: https://www.youtube.com/watch?v=nZ8G4a5H-H4

Aufgabe 13:

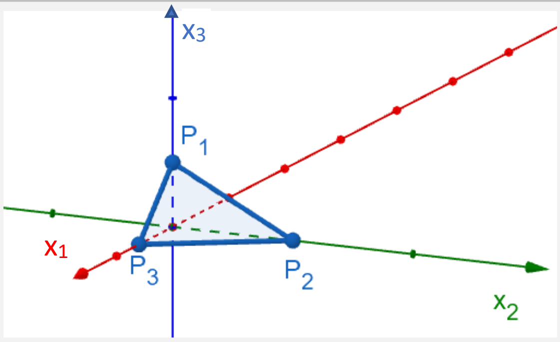


Abbildung 2: Ebene, die durch die Punkte *P1, P2* und *P3* aufgespannt wird.

Die Ebene E wird wie in Abbildung 2 durch die Punkte $P_1(0|0|5)$, $P_2(0|10|0)$ und $P_3(6|0|0)$ aufgespannt.

(a) Die Lösung erhält man, indem man ein gemeinsames Vielfaches von 5, 10 und 6 bestimmt (z.B. 30).

Die Koeffizienten wählt man nun so, dass wenn man die Punkte P_1–P_3 einsetzt, die Gleichung erfüllt ist.

$\boldsymbol{E: 5\,x_1 + 3\,x_2 + 6\,x_3 = 30}$ und Vielfache, z.B. $\boldsymbol{E: 50\,x_1 + 30\,x_2 + 60\,x_3 = 300}$

(b) Bestimme den Abstand der Ebene E vom Punkt $Q(-1|2|-1)$.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Einsetzen in die Ebenengleichung liefert $r = \frac{1}{2}$. $\rightarrow$ $\boldsymbol{F}(\frac{3}{2}|\frac{7}{2}|\boldsymbol{2})$

$$d(Q,E) = \sqrt{\left(-1-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(2-\frac{7}{2}\right)^2 + (-1-2)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{9}{4} + 9}$$

$$= \sqrt{\frac{25+9+36}{4}} = \sqrt{\frac{70}{4}} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{70}}{2}}}$$