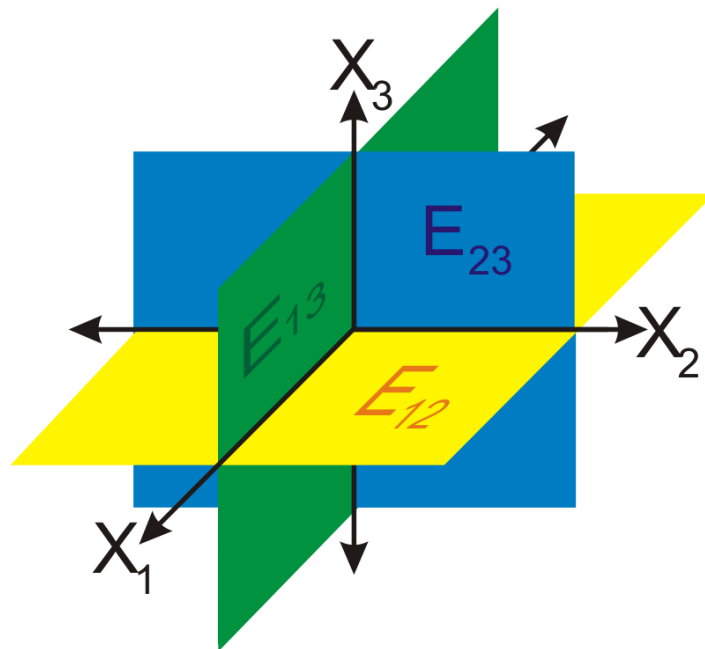


# Abstandsberechnungen im Raum

Mathematik Jahrgangsstufe 1

Stefan Hickl



Autor: Stefan-Xp, Quelle: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6a/Koordinatenebenen.png>



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

# 1 Planungshilfe

## 1.1 Zeitlicher Umfang

Für die Bearbeitung der Einheit werden ca. 270 Minuten (6 Schulstunden) benötigt. Zusätzlich können Videokonferenzen zur Besprechung durchgeführt werden.

Falls das Programm GeoGebra den Schülern nicht bekannt ist, wird AB00 als Einführung empfohlen. Dadurch erweitert sich der zeitliche Umfang um ca. 45 Minuten.

Für die Vorbereitung werden ca. 30 Minuten benötigt. Alle Materialien können direkt an die Schüler verteilt werden. Die benötigte Vorbereitungszeit beinhaltet lediglich das Überprüfen auf Zweckmäßigkeit der vorgestellten Materialien für den jeweiligen Kurs und gegebenenfalls die Einarbeitung kleinerer Anpassungen, um individuelle Besonderheiten der Lerngruppe zu berücksichtigen.

## 1.2 Benötigte Hard-/Software

Die Schüler benötigen zur Durchführung der Einheit

- PC oder Smartphone
- Browser
- PDF-Viewer (Browser, Adobe Reader, etc.)

## 1.3 Verwendete Materialien

Abschnitt	Verwendete Materialien
0	- AB01 GeoGebra Einführung
1	- AB02 Lotfußpunkt (& AB01 Lösung)
2	- AB03 Hessesche Normalenform (& AB02 Lösung)
3	- AB04 Windschiefe Geraden (& AB03 Lösung)

## 2 Beschreibung

Falls das Programm GeoGebra noch nicht genutzt wurde, können die Schüler selbstständig den grundlegenden Umgang mit dem Programm erarbeiten.

Die eigentliche Unterrichtseinheit gliedert sich in die zwei Teile „Abstand eines Punktes von einer Ebene, Hesse'sche Normalform“ und „Abstand windschiefer Geraden“. Zur Bestimmung des Abstands zwischen einer Ebene und einem Punkt werden zwei Verfahren erlernt:

Im ersten Abschnitt zu diesem Thema lernen die Schüler, wie der Abstand durch Berechnung des Lotfußpunkts bestimmt werden kann. Dazu wird zunächst das Konzept des Lotfällens zur Bestimmung des Abstands eines Punktes von einer Geraden zu einem Punkt wiederholt. Anschließend wird dieses Konzept auf den Abstand von einer Ebene zu einer Geraden angepasst.

Im zweiten Abschnitt wird die Hesse'sche Normalenform als weitere Möglichkeit eingeführt und geübt. Außerdem werden Aufgaben mit beiden erlernten Varianten gelöst, damit die Schüler persönliche Präferenzen entwickeln können.

Um die Abstandsberechnung zweier windschiefer Geraden zu vermitteln, wird das Programm GeoGebra genutzt. Die Schüler verschieben den Schnittpunkt der Lotgeraden einer ersten Gerade mit einer zweiten Gerade und prüfen, wann die Distanz minimal wird.

## 3 Voraussetzungen & Lernziele

### 3.1 Verortung im Lehrplan

Im Bildungsplan für das Technische Gymnasium in Baden-Württemberg zum Fach Mathematik<sup>1</sup> ist das Thema unter dem Punkt „Abstandsberechnungen im Raum“ zum Thema „Lineare Algebra und Vektorgeometrie“ einzuordnen. Als Anwendungen zu diesem Thema sind „Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen“ aufgeführt.

---

<sup>1</sup> Bildungsplan für berufliche Schulen in Baden-Württemberg, Mathematik TG; 2014;  
URL:< [http://ls-bw.de/site/pbs-bw-new/get/documents/KULTUS.Dachmandant/KULTUS/Dienststellen/ls-bw/Bildungspl%C3%A4ne/Berufliche%20Schulen/bg/bg\\_allgemein/pdf/BG1-AF3-TG\\_Mathematik\\_14\\_3897.pdf](http://ls-bw.de/site/pbs-bw-new/get/documents/KULTUS.Dachmandant/KULTUS/Dienststellen/ls-bw/Bildungspl%C3%A4ne/Berufliche%20Schulen/bg/bg_allgemein/pdf/BG1-AF3-TG_Mathematik_14_3897.pdf) >

## 3.2 Voraussetzungen

Vorausgesetzt werden die Abschnitte „Lineare Gleichungssysteme“ und „Rechenoperationen mit Vektoren“ aus dem Bereich „Lineare Algebra und Vektorgeometrie“. Zusätzlich werden aus dem Abschnitt „Vektorielle Geometrie“ folgende Punkte vorausgesetzt:

- Punkte und Vektoren im Anschauungsraum
- Darstellung von Ebenen/Geraden
- Veranschaulichung im Koordinatensystem
- Spurpunkte und Spurgeraden
- Schnittprobleme und Lagebeziehungen

## 3.3 Abgeleitete Lernziele

Die Schüler können nach dem Abschließen der Einheit:

- Den Abstand zwischen einem Punkt und einer Ebene bestimmen (L01)
  - o Durch Bestimmung des Lotfußpunkts (L01.1)
  - o Durch Aufstellen der Hesse'schen Normalenform (L01.1)
- Den Abstand zweier windschiefer Geraden bestimmen (L02)

## 4 Motivation

Motivation wird durch den Einsatz des Programms GeoGebra geschaffen. Dieses ermöglicht es den Schülern dreidimensionale Objekte zu untersuchen und eine Vorstellung für die berechneten Größen zu entwickeln.

Zusätzliche Motivation wird durch die humorvolle Figur des Mathemanns geschaffen, der Probleme mit der Kraft der Mathematik löst.

## 5 Zeitplanung

Einheit	Lernziel	Teilschritte	Zeit (min)	Materialien
0	GeoGebra kennenlernen	AB bearbeiten	45	AB00
1	L01.1	Aufgabe 1–9	45	AB01
		Aufgabe 10–13	45	AB01 Lösung
2	L01.2	Aufgabe 1–5	45	AB02
		Aufgabe 6–10	45	AB02 Lösung
3	L02	Aufgabe 1–4	45	AB03
		Aufgabe 5–7	45	AB03 Lösung

Zusätzlich ist eine wöchentliche Konferenz von ca. 20–30 Minuten zu empfehlen. In dieser können Schüler Fragen stellen und es können aufgetretene Probleme besprochen werden.

Die Lösungen zu den Arbeitsblättern können 2–3 Tage nach der Ausgabe des jeweiligen Blattes verteilt werden.